



RAN - 2003000205020113

RAN-2003000205020113**T.Y.B.Sc. (Sem. - V) Examination March - 2023****Paper - 503, Statistical Inference - I****સૂચના : / Instructions**

(૧)

નીચે દર્શાવેલ નિશાનીવાળી વિગતો ઉત્તરવહી પર અવશ્ય લખવી.
Fill up strictly the details of signs on your answer book

Name of the Examination:

T.Y.B.Sc. (Sem. - V)

Name of the Subject :

Paper - 503, Statistical Inference - I

Subject Code No.: 2003000205020113

Seat No.:

Student's Signature

- (2) Answer the following questions.
- (૨) બધા જ પ્રશ્નો ફરિજયાત છે.
- (3) Logarithmic tables and statistical tables will be supplied on request.
- (૩) લઘુગુણકીય કોષ્ટક અને આંકડાકીય કોષ્ટક વિનંતીથી આપવામાં આવશે.
- (4) Figures given to the right indicate the marks of the question.
- (૪) જમણી બાજુ આપેલા અંક પ્રશ્નનાં પૂરા ગુણ દર્શાવે છે.
- (5) Non programmable scientific calculator is allowed.
- (૫) પ્રોગ્રામરહિત સાયન્ટિફિક કેલક્યુલેટરનો ઉપયોગ કરી શકાશે

Q-1**Answer the following****(8)****નીચેના પ્રશ્નોનાં ઉત્તર આપો.**

- (i) Let x follows a Binomial distribution with parameter θ .
If $T = ax^2 + bx + c$ is an unbiased estimator of θ^2 , then find constants a, b and c .
પ્રચલ θ વાળા દ્વિપદી વિતરણમાંથી યદરૂચ ચલ x લેવામાં આવ્યો છે. જો $T = ax^2 + bx + c$ એ θ^2 અનભિનત આગણકાર હોય તો a, b અને c ની કિંમત મેળવો.
- (ii) Find Fisher's amount of function for parameter θ for $N(\theta, \sigma^2)$,
where σ^2 is known
જ્યારે σ^2 જ્ઞાત હોય ત્યારે $N(\theta, \sigma^2)$ સંભાવના વિતરણ માંના θ માટે ફિશરનું એમાઉન્ટ ઓફ ઈન્ફોરમેશન વિધેય મેળવો.

(iii) Show that Poisson distribution with parameter θ is a member of one parameter family of exponential distribution.

θ પ્રચલવાળું પોયસન વિતરણ એ એક પ્રચલવાળા ઘાતાંકીય વિતરણવાળા સમૂહનો સભ્ય છે.

(iv) Explain : Decision function

સમજાવો : નિર્ણયાત્મક વિધેય.

Q-2 (a) Attempt any one.

ગમે તે એક પ્રશ્નનો ઉત્તર આપો.

(5)

(i) Show that the problem of testing of hypothesis and point estimation is a particular case of decision problem.

અતાવો કે પરિકલ્પના પરિક્ષણ, બિંદુ આગણન એ નિર્ણય સિદ્ધાંતનો વિશિષ્ટ પ્રકાર છે.

(ii) In usual notation prove that if minimum variance unbiased estimator exists then it is essentially unique.

પ્રચલિત સંકેતમાં સાબિત કરો કે જો ન્યુનતમ વિચરણ અનભિનત આગણનકાર અસ્તિત્વ ધરાવતો હોય તો તે માત્ર એક અને એક જ હોય છે.

(b) Attempt any two.

(10)

ગમે તે બે પ્રશ્નોના ઉત્તર આપો.

(i) A random variable x has a binomial distribution with parameter θ .

If the decision $d(x) = \frac{x}{n}$ and the loss function is $l(\theta, d) = (d - \theta)^2$

Then find the risk function

પ્રચલ θ વાળા દ્વિપદી વિતરણમાથી યદચ્છ ચલ X લેવામા આવે છે. જો $d(x) = \frac{x}{n}$

નિર્ણયાત્મક વિધેય અન નુકશાન વિધેય $l(\theta, d) = (d - \theta)^2$ હોય તો જોખમ વિધેય મેળવો.

(ii) Suppose x_1, x_2, \dots, x_n is random sample taken from population with finite mean μ and finite variance σ^2 , then find an unbiased estimator of σ^2 .

પરિમિત મધ્યક μ પરિમિત σ^2 વિચરણવાળી સમષ્ટિમાથી x_1, x_2, \dots, x_n

કદનો યદચ્છ નિદર્શ લેવામા આવે છે. તો σ^2 નો અનભિનત આગણનકાર મેળવો.

(iii) Let x_1, x_2, \dots, x_n be a random sample drawn from a Exponential distribution with parameter θ then find minimum variance bound unbiased estimator of θ .

x_1, x_2, \dots, x_n કદનો યદચ્છ નિદર્શ ઘાતાંકીય વિતરણ કે જેનો પ્રચલ θ હોય

તેમાંથી લેવામાં આવ્યો હોય તો θ નો ન્યુનતમ વિચરણ બદ્ધ અનભિનત

આગણનકાર મેળવો.

Q-3 (a) Attempt any one. (5)

ગમે તે એક પ્રશ્નનો ઉત્તર આપો.

- (i) State and prove Cramer Rao inequality with regularity conditions.
પર્યાપ્ત શરતો જણાવી પ્રચલિત સંકેતમાં ક્રેમર રાવ અસમતા લખો અને સાબિત કરો.
- (ii) Obtain the condition for existence of minimum variance bound unbiased estimator.
ન્યુનતમ વિચરણ બદધ અનભિનત આગણનકાર માટેના અસ્તિત્વ માટેની શરત મેળવો.

(b) Attempt any two. (10)

ગમે તે બે પ્રશ્નોના ઉત્તર આપો.

- (i) Let x_1, x_2, \dots, x_n be a random sample drawn from a population with p.d.f. $f(x, \theta) = 1; \theta < x < \theta + 1$
Then find consistent estimator of θ .
જો યદ્યદ્ય નિદર્શ એવી સમષ્ટિમાંથી લેવામાંથી લેવામાં આવ્યો છે કે જેનું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય $f(x, \theta) = 1; \theta < x < \theta + 1$ છે તો θ માટે સાર્મથ્ય વિધેય મેળવો.

- (ii) Show that Bernoulli distribution with parameter θ is a member of one parameter family of exponential distribution. Find complete sufficient statistics of θ and also find UMVUE of θ .
પ્રાયલ θ વાળું બર્નોલી વિતરણ એ વન પેરામીટર ફેમીલી ઓફ એક્સ પોન્શીયલનો સમૂહ છે. તે θ માટે કમ્પલીટ પર્યાપ્ત વિધેય મેળવો તથા θ માટે UMVUE મેળવો.

- (iii) Define scale parameter.

Let x_1, x_2, \dots, x_n be a random sample drawn from a following distribution $f(x, \theta) = 1; \theta - \frac{1}{2} < x_1 < \theta + \frac{1}{2}$

Find Pitman estimator of θ .

સ્કેલ પ્રચલની વ્યાખ્યા આપો.

x_1, x_2, \dots, x_n કદનો યદ્યદ્ય નિદર્શ નીચેના સંભાવના વિતરણમાંથી લેવામાં આવ્યો હોય તો θ નો પિટમાન આગણનકાર મેળવો.

$$f(x, \theta) = 1; \theta - \frac{1}{2} < x_1 < \theta + \frac{1}{2}$$

Q-4

Answer any two of the following questions

(12)

ગમે તે બે પ્રશ્નોના ઉત્તર આપો.

(i) State and prove factorization theorem.

અવયવ પ્રમેય લખો અને સાબિત કરો.

(ii) In usual notation prove that if $n \rightarrow \infty$, $E(T_n) \rightarrow \theta$ and $V(T_n) \rightarrow 0$ then prove that T_n is a consistent estimator of θ .

પ્રચલિત સંકેતમાં જો $n \rightarrow \infty$, $E(T_n) \rightarrow \theta$ અને $V(T_n) \rightarrow 0$ હોય તો સાબિત કરો કે T_n એ પ્રચલ θ સામર્થ્ય આગણનકાર છે.

(iii) In usual notation state and prove Rao-Blackwell theorem.

પ્રચલિત સંકેતમાં રાવ બ્લેક વેલ પ્રમેય લખો અને સાબિત કરો.
